

**P.1 Primera propiedad de traslación:**

Si  $L[f(x)] = F(p)$ , entonces  $L[f(x)e^{mx}] = F(p - m)$ .

**P.2 Segunda propiedad de traslación:**

Sea  $u(x - a) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < a \\ 1, & x \geq a \end{cases}$  y  $L[f(x)] = F(p)$ , entonces  $L[u(x - a)f(x - a)] = e^{-ap}F(p)$ .

**P.3 Derivada de una transformada:**

Si  $L[f(x)] = F(p)$ , entonces  $L[x^n f(x)] = (-1)^n F^{(n)}(p)$ .

**P.4 Propiedad de convolución:**

Si  $f(x)$  y  $g(x)$  son continuas en  $[0, \infty)$  y de orden exponencial, entonces  $L[f(x) * g(x)] = L[f(x)] \cdot L[g(x)] = F(p) \cdot G(p)$ , en donde el producto de convolución de  $f(x)$  por  $g(x)$  se define como  $f(x) * g(x) = \int_0^x f(T)g(x - T)dT$ .

**Caso particular:** Transformada de una integral.

Si  $g(x) = 1$ ,  $f(x) * 1 = \int_0^x f(T)dT$  y  $L[f(x) * 1] = L\left[\int_0^x f(T)dT\right] = L[f(x)] \cdot L[1] = \frac{F(p)}{p}$ .

**P.5 Transformada inversa de un producto:**

Si  $L[f(x)] = F(p)$  y  $L[g(x)] = G(p)$ , entonces  $L^{-1}[F(p) \cdot G(p)] = f(x) * g(x)$ .

**P.6 Funciones periódicas:**

Si  $y = f(x)$  es continua por tramos en  $[0, \infty)$ , de orden exponencial y periódica con periodo  $T$ , entonces  $L[f(x)] = \frac{1}{1 - e^{-pT}} \int_0^T e^{-px} f(x) dx$ .

**P.7 Transformada de una división por x:**

Si  $L(f(x)) = F(p)$  y  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  existe, entonces  $L\left(\frac{f(x)}{x}\right) = \int_p^\infty F(z) dz$ .

**P.8 Transformada de una derivada:**

Si  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ , ...,  $f^{(n-1)}(x)$  son continuas en  $[0, \infty)$ ,  $f^{(n)}(x)$  es continua por tramos en  $[0, \infty)$  y  $L[f(x)] = F(p)$ , entonces la transformada de  $f^{(n)}(x)$  es  $L[f^{(n)}(x)] = p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$ .

## Ejercicios

Hallar la transformada de Laplace de:

01)  $f(x) = e^{2x}\text{Sen}^4(3x)$

02)  $f(x) = e^{-2x}\text{Cos}^3(3x)$

03)  $f(x) = x^2\text{Sen}^4(3x)$

04)  $f(x) = x^3\text{Cos}^3(3x)$

05)  $f(x) = e^{2x}x^2\text{Sen}^4(3x)$

06)  $f(x) = e^{-2x}x^2\text{Cos}^3(3x)$

07)  $f(x) = \delta\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\text{Sen}(x)$

08)  $f(x) = \delta\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\text{Sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

09)  $f(x) = \mu\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\text{Cos}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$

10)  $f(x) = \mu\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\text{Sen}(x)$

**Nota:** La función  $\delta(x-a)$  se define como  $\delta(x - a) = \begin{cases} \infty, & \text{si } x = a \\ 0, & \text{si } x \neq a \end{cases}$

11)  $f(x) = x \int_0^x e^{mT} \text{Cos}(nT) dT$

12)  $f(x) = x e^{-2x} \int_0^x x e^{2T} \text{Cos}(4T) dT$

13)  $f(x) = e^{mT} \int_0^x x^n \text{Cos}(kT) dT$

14)  $f(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-z}}{z} dz$

15)  $f(x) = \int_x^\infty \frac{\text{Cos}(z)}{z} dz$

16)  $f(x) = \int_0^x \frac{\text{Sen}(z)}{z} dz$

17)  $f(x) = |\text{Cos}(2x)|$

18)  $f(x) = |\text{Sen}(2x)|$

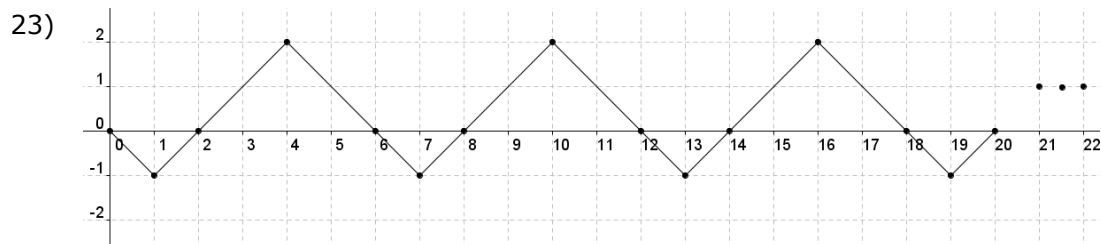
19)  $f(x) = \frac{\text{Sen}(mx)}{x}$

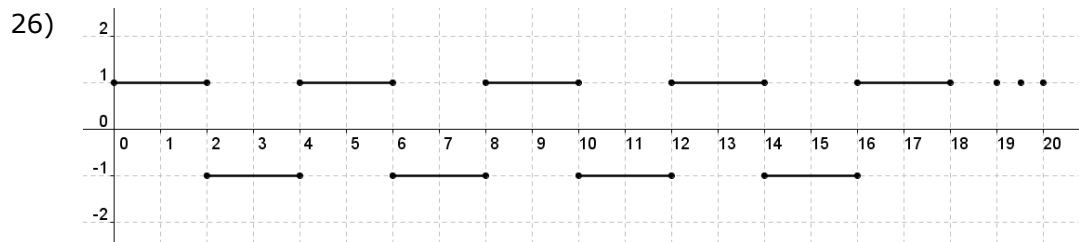
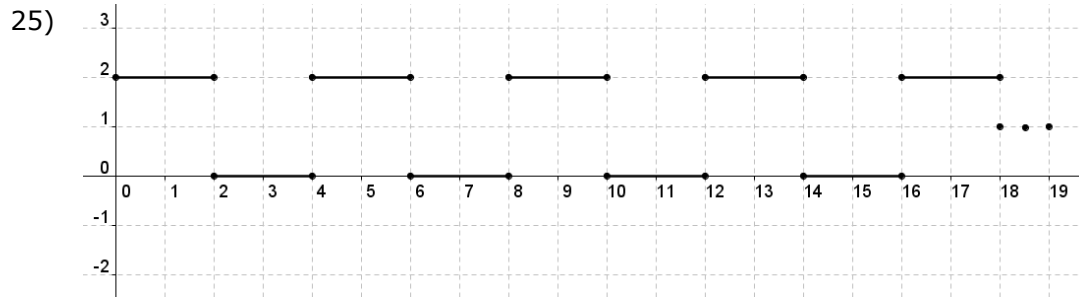
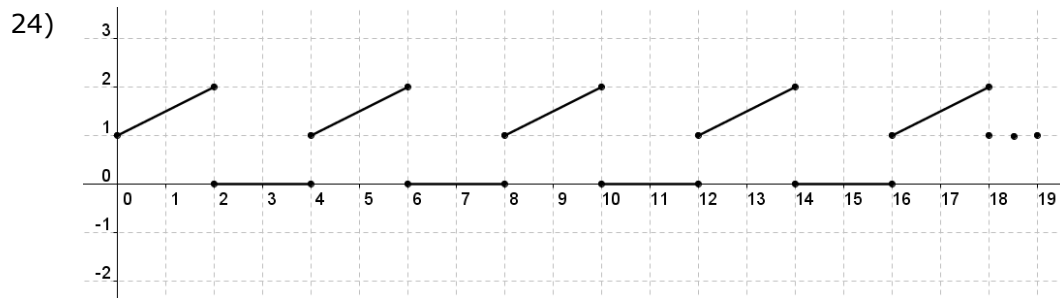
20)  $f(x) = \frac{\text{Cos}(nx)}{x}$

21)  $f(x) = \frac{e^x}{x}$

22)  $f(x) = \ln(x)$

Hallar la transformada de las funciones que se muestran en las siguientes gráficas:





Hallar la transformada inversa de:

27)  $F(p) = \frac{1}{p^5+1}$

28)  $F(p) = \frac{1}{p^6+1}$

29)  $F(p) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arccot}\left(\frac{p}{2}\right)$

30)  $F(p) = \frac{1}{p} \arctan\left(\frac{1}{p}\right)$

31)  $F(p) = \ln\left(\frac{p-a}{p+a}\right)$

32)  $F(p) = \ln\left(\frac{p^2+2p+2}{p^2+4p+5}\right)$

33)  $F(p) = \frac{1}{p^3+a^3}$

34)  $F(p) = \frac{e^{-p}}{p^3+1}$

35)  $F(p) = \frac{1}{(p+1)^3(p+2)^3(p+3)^3}$

36)  $F(p) = \frac{e^{-\pi p/2}}{(p^2+1)^2}$

37)  $F(p) = \frac{1}{p^4+a^4}$

38)  $F(p) = \frac{p^2}{(p^2+a^2)(p^2+b^2)}$

39)  $F(p) = \frac{e^{-p}}{p^4+1}$

40)  $F(p) = \frac{p^2 e^{-2p}}{(p^2+1)(p^2+4)}$