9

Ecuaciones diferenciales de orden superior
Reducción de Orden

Introducción:

Existen ecuaciones diferenciales de orden 2 en las que al menos una de las dos variables, la dependiente o la independiente, no aparece explícitamente en la ecuación, es decir son las que tienen una de las formas $F\left(x,\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}\right)=0$ ó $F\left(y,\frac{dy}{dx},\frac{d^2y}{dx^2}\right)=0$. En cualquier caso se resuelve haciendo la sustitución $z=\frac{dy}{dx}$, teniendo en cuenta que $\frac{dz}{dx}=\frac{dz}{dy}\frac{dy}{dx}$.

Ejercicios

Resolver las siguientes ecuaciones:

1) $x\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}=1$

2) $4\frac{d^2y}{dx^2}\sqrt{y}=1$

3) $\frac{d^2y}{dx^2}-\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=1$

4) $\frac{d^2y}{dx^2}+y=0$

5) $\frac{d^2y}{dx^2}=\mathrm{Sec}(x)\frac{dy}{dx}$

6) $\frac{d^2y}{dx^2}=y\frac{dy}{dx}$

7) $(x+1)\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dy}{dx}+(x+1)$

8) $\frac{d^2y}{dx^2}=1+\left(\frac{1}{x+1}\right)\frac{dy}{dx}$

9) $\frac{d^2y}{dx^2}=2y\frac{dy}{dx}$

10) $x(x-1)\frac{d^2y}{dx^2}=(2-x)\frac{dy}{dx}$

11) $\frac{d^2y}{dx^2}+x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=0$

12) $2x^2\frac{d^2y}{dx^2}+\left(\frac{dy}{dx}\right)^3=2x\frac{dy}{dx}$, $(x>0)$.

13) $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=0$, $(x>0)$.

14) $y\frac{d^2y}{dx^2}+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=0$

15) $\frac{d^2y}{dx^2}+y\left(\frac{dy}{dx}\right)^3=0$

16) $2y^2\frac{d^2y}{dx^2}+2y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=1$

17) $\frac{d^2y}{dx^2}+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=2e^{-y}$

18) $y\frac{d^2y}{dx^2}=\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-\left(\frac{dy}{dx}\right)^3$

19) $x\frac{d^2y}{dx^2}=\left(\frac{dy}{dx}\right)\ln\left(\frac{1}{x}\frac{dy}{dx}\right)$

20) $\frac{d^2y}{dx^2}\mathrm{Cos}(y)+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\mathrm{Sen}(y)=\frac{dy}{dx}$