7 Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden
Variación de Parámetros

Variación de parámetros:

La solución de la ecuación homogénea $\frac{dy}{dx}+P(x)y=0$ es la familia uniparamétrica $y_H(x)=Ae^{-\int P(x)dx}$. La ecuación no homogénea $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ tendrá una solución particular de la forma $y_P(x)=u(x)e^{-\int P(x)dx}=u(x)y_H(x)$, donde $u(x)=\int\frac{Q(x)}{y_H(x)}dx$. Así $y_P(x)=e^{-\int P(x)dx}u(x)=e^{-\int P(x)dx}\int\frac{Q(x)}{y_H(x)}dx=e^{-\int P(x)dx}\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx$.

Finalmente, la solución de la ecuación $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ es $y(x)=y_H(x)+y_P(x)$, la cual coincide con la solución obtenida usando un factor integrante. Como se puede apreciar, la variación de parámetros consiste en buscar una solución particular $y_P(x)$ a partir de la solución de la solución $y_H(x)$ cambiando el parámetro A por una función u(x).

Ejercicios

Resolver las siguientes ecuaciones usando el método de variación de parámetros:

61) $\frac{dy}{dx}-y=e^{2x}$

62) $\frac{dy}{dx}+3x^2y=x^2$

63) $\frac{dy}{dx}+(\mathrm{Cos}(x))y=\mathrm{Cos}(x)$

64) $x\frac{dy}{dx}-2y=3x^2+2x$

65) $x\frac{dy}{dx}+4y=9x^5+2x^3$

66) $x\frac{dy}{dx}+4y=x^{-3}e^x$

67) $x\frac{dy}{dx}-3y=x^4\mathrm{Sen}(x)$

68) $x\frac{dy}{dx}-5y=x^4\sec^2(x)$

69) $x^2\frac{dy}{dx}+2xy=e^{3x}$

70) $\frac{dy}{dx}-\frac{y}{1+x^2}=\frac{1}{1+x^2}$

71) $\frac{dy}{dx}-(\ln(x))y=\ln(x)$

72) $\frac{dy}{dx}+(\mathrm{Sec}(x))y=\mathrm{Cos}(x)$

73) $\frac{dy}{dx}-(\mathrm{Tan}(x))y=x\mathrm{Sec}(x)$

74) $\frac{dy}{dx}-\frac{y}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$

75) $\frac{dy}{dx}+(\mathrm{Sec}(x)\mathrm{Tan}(x))y=\frac{\mathrm{Sen}(x)}{\mathrm{Cos}^2(x)}$

76) $\frac{dy}{dx}+y=\frac{1-e^{-2x}}{e^x+e^{-x}}$

77) $\frac{dy}{dx}-3x^2y=x^5+x^2$

78) $(1-x^2)\frac{dy}{dx}+xy=ax,\quad(a\neq0)$.

79) $\frac{dy}{dx}-\frac{y}{1-x^2}=1+x$

80) $\frac{dy}{dx}+y\mathrm{Cos}(x)=\mathrm{Sen}(x)\mathrm{Cos}(x)$