

# 3

## Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden Ecuaciones Homogéneas

### Definición:

La ecuación diferencial  $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$  es homogénea de grado  $n$  si sus coeficientes son funciones homogéneas de grado  $n$ , es decir, si existe un número real  $n$  para el cual  $M(tx,ty)=t^nM(x,y)$  y  $N(tx,ty)=t^nN(x,y)$ .

Para su solución se debe hacer una sustitución. Por ejemplo:  $y=ux$ ,  $x=uy$ ,  $u = \frac{y}{x}$ ,  $u = \frac{x}{y}$ .

### Ejercicios

$$37) \quad x \frac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$38) \quad (x + \sqrt{xy}) \frac{dy}{dx} + x - y = \sqrt{\frac{y^3}{x}}$$

$$39) \quad (x^4 + y^4) dx - 2x^3y dy = 0$$

$$40) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{ax - by}{ax + by}, \quad (a \neq b).$$

$$41) \quad \frac{dy}{dx} = \left(\frac{y}{x}\right)^2 - 8\left(\frac{x}{y}\right)^2$$

$$42) \quad y dx + x(\ln(x) - \ln(y) - 1) dy = 0$$

$$43) \quad \frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = \text{Ch}\left(\frac{y}{x}\right).$$

$$44) \quad \frac{dy}{dx} - \frac{x + y - 1}{x - y + 1} = 0$$

$$45) \quad \left(x^2 + xy \text{Sen}\left(\frac{y}{x}\right)\right) \frac{dy}{dx} = y^2 \text{Sen}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$46) \quad \left(x \text{Cos}\left(\frac{y}{x}\right)\right) \frac{dy}{dx} = y \text{Cos}\left(\frac{y}{x}\right) - x \text{Sen}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$47) \quad \left(xy \text{Cos}\left(\frac{y}{x}\right) + x^2 \text{Sen}\left(\frac{y}{x}\right)\right) \frac{dy}{dx} = y^2 \text{Cos}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$48) \quad (1 + e^{x/y}) dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0$$

$$49) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}}$$

$$50) \quad \frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$$

$$51) \quad \frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{x+y-1}{x+y-2}}$$

$$52) \quad \frac{dy}{dx} = \left(\frac{x+3y-2}{x+3y+1}\right)^2.$$

$$53) \quad \left(2x \text{Sh}\left(\frac{y}{x}\right) + 3y \text{Ch}\left(\frac{y}{x}\right)\right) dx = 3x \text{Ch}\left(\frac{y}{x}\right) dy$$

$$54) \quad (y - xy^2) dx - (x + x^2y) dy = 0.$$

$$55) \quad y(xy + 1) dx + x(1 + xy + x^2y^2) dy = 0$$

$$56) \quad (1 - xy + x^2y^2) dx + (x^3y - x^2) dy = 0$$

$$57) \quad \left(\frac{x - 2\text{Sen}y + 3}{\text{Cos}y}\right) dx + (2x - 4\text{Sen}y - 3) dy = 0$$

$$58) \quad (2 + 2x^2\sqrt{y}) y dx + (x^2\sqrt{y} + 2) x dy = 0$$

- 59)  $(2x^2 + 3y^2 - 7)xdx - (3x^2 + 2y^2 - 8)ydy = 0$     60)  $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^5 + 3x^2y^2}{2x^3y - 2y^3}$ .
- 61)  $(x - 2\text{Sen}y + 3)dx = (4\text{Sen}y - 2x + 3)\text{Cos}ydy$     62)  $(y + y\sqrt{x^2y^4 + 1})dx + 2xdy = 0$ .
- 63)  $\frac{\text{Sen}(y)}{\text{Cos}(x)} \frac{dy}{dx} + \sqrt{\frac{\text{Sen}(x) + \text{Cos}(y)}{\text{Sen}(x) - \text{Cos}(y)}} = 0$     64)  $(2 + 3xy^2)dx - 4x^2ydy = 0$
- 65)  $(x + y^3)dx + (3y^5 - 3y^2x)dy = 0$ .    66)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^3 - 2xy}{x^2 + 2y}$
- 67)  $3y^2(x^2 - 1)dy + 2x(1 + 2x^2 - 3y^3)dx = 0$     68)  $3\frac{dy}{dx} = \frac{y^4(4 - 2xy^3)}{xy^3 - 3}$ .
- 69)  $2y^3(3x^2 - y^4 + 2)dy = x(2x^2 + 2y^4 - 1)dx$     70)  $(x^3 - y)dy - 3x^2(x^3 + y)dx = 0$ .