

2

Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden Variables Separables

Definición:

La ecuación $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ es separable si puede escribirse de la forma $\frac{dy}{dx} = P(x)Q(y)$.

Definición:

Sea R una región rectangular en el plano xy definida por $a < x < b$, $c < y < d$ que contiene al punto (x_0, y_0) en su interior. Si $f(x,y)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ son continuas en R , entonces existe un intervalo

I con centro en x_0 , y una única función $y(x)$ definida en I que satisfacen el problema de valor

$$\text{inicial } \begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

Ejercicios

$$1) \frac{dy}{dx} = \frac{\cos(3x)\cos(5x)}{\sin(3y)\sin(5y)}$$

$$2) \frac{dy}{dx} - \frac{\sin^2(x)\sin^3(2x)}{\cos^3(y)\cos^4(2y)} = 0$$

$$3) \frac{dy}{dx} - \frac{\sin^2(2x)\cos^4(x)}{\sin^3(y)\cos^4(2y)} = 0$$

$$4) \frac{dy}{dx} - \frac{1 + \sin^2(y)}{1 - \sin^4(x)} = 0$$

$$5) \frac{(1 + \sin(y))}{(1 - \sin(y))} \frac{dy}{dx} = \frac{(1 - \cos(x))}{(1 + \cos(x))}$$

$$6) \sqrt{1+x} dy - (y + \sqrt{y^2 - 1})^2 \sqrt{1-x} dx = 0$$

$$7) (x^6 + x^4) \frac{dy}{dx} - y - y^5 = 0$$

$$8) (1 + x^4) \frac{dy}{dx} - 1 - y^5 = 0$$

$$9) \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x} - \sqrt{\frac{1-\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}}} dy = 0$$

$$10) \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x} - \sqrt[3]{\frac{1}{1+y^5}} \frac{dy}{y} = 0$$

$$11) \frac{dy}{dx} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{y+4\sqrt{y}})}{\sqrt{x-3\sqrt{x}}} = 0$$

$$12) (x - \sqrt{x^2 - 1}) \frac{dy}{dx} - x\sqrt{\cot(y)} = 0$$

$$13) \frac{dy}{\text{ArcCos}\sqrt{\frac{x}{x+1}}} - \frac{dx}{\ln(y + \sqrt{1+y^2})} = 0$$

$$14) xdy - y^3 \sqrt{\frac{(1-x)(1+y^5)}{1+x}} dx = 0$$

$$15) \text{ArcSen}\sqrt[3]{x} dx = \left(\sqrt{1 + \cos(y)} + \frac{y^2 + 1}{y^4 + 1} \right) dy$$

$$16) \frac{dy}{dx} = \frac{\cos(x)\cos(2x)\cos(3x)}{\sec^3(4y)}$$

$$17) \text{ArcTan}(x)dx = \frac{(1+x)^3 dy}{\text{Sen}^4(y) + \text{Cos}^4(y)}$$

$$18) \frac{(x^2-1)(1+y)^2}{ye^y(x^2+1)} dx = \sqrt{1+x^4} dy$$

$$19) \sqrt{1+y^2} \text{ArcTan}(\sqrt{x}) dx = y\text{ArcTan}(y) dy$$

$$20) \text{Cos}(y) \frac{dy}{dx} - \frac{\text{Sen}^3(y) - \text{Cos}^3(y)}{a^2 \text{Sen}^2(x) + b^2 \text{Cos}^2(x)} = 0$$

$$21) \frac{dy}{dx} - \frac{6xy - 4y + 9x - 6}{6xy + 9y + 4x + 6} = 0$$

$$22) \frac{dy}{dx} - \frac{xy - x + y - 1}{xy + x - y - 1} = 0$$

$$23) \frac{dy}{dx} = \frac{1 + e^y}{e^{x+y} + e^y - e^x - 1}$$

$$24) y\sqrt{y+1} dx = (1 + \sqrt{x+1}) dy$$

$$25) \left(\frac{y}{x}\right)^4 \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{y^2+1}}{x^{15}-1}$$

$$26) y^2 \sqrt{\frac{y}{x}} \frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y}{1-\sqrt{x^3}}}$$

$$27) \frac{dy}{dx} = \frac{1-x+2y}{3-2x+4y}$$

$$28) \frac{dy}{dx} = \text{Tan}^2(ax+by)$$

$$29) \frac{dy}{dx} = \frac{x^2y^2 + x^2 + y^2 + 1}{x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1}$$

$$30) y(1+2xy)dx + x(1-2xy)dy = 0$$

$$31) 2xy \frac{dy}{dx} + 2y^2 = 3x - 6$$

$$32) (2 + 2x^2\sqrt{y}) y dx + (x^2\sqrt{y} + 2) x dy = 0$$

$$33) x^4y^2 \frac{dy}{dx} + x^3y^3 = 2x^3 - 3$$

$$34) x^2 \frac{dy}{dx} + 2xy = x^4y^2 + 1$$

$$35) x \text{Sen}y \frac{dy}{dx} + \text{Cos}y - x^2e^x = 0$$

$$36) \frac{dy}{dx} + \frac{xy + 2xy \ln^2 y + y \ln y}{2x^2 \ln y + x} = 0$$